

Info sulla vita associativa

milano@dislessia.it

Info su corsi formazione

formazione.milano@dislessia.it

**** Ci si incontra ogni secondo giovedì del mese presso la sede
via Ettore Bugatti, 1 a Milano alle ore 17,30.
Gli incontri - aperti ai soci e ai non-soci - sono occasioni di scambio
di esperienze, informazioni e crescita della sezione.*

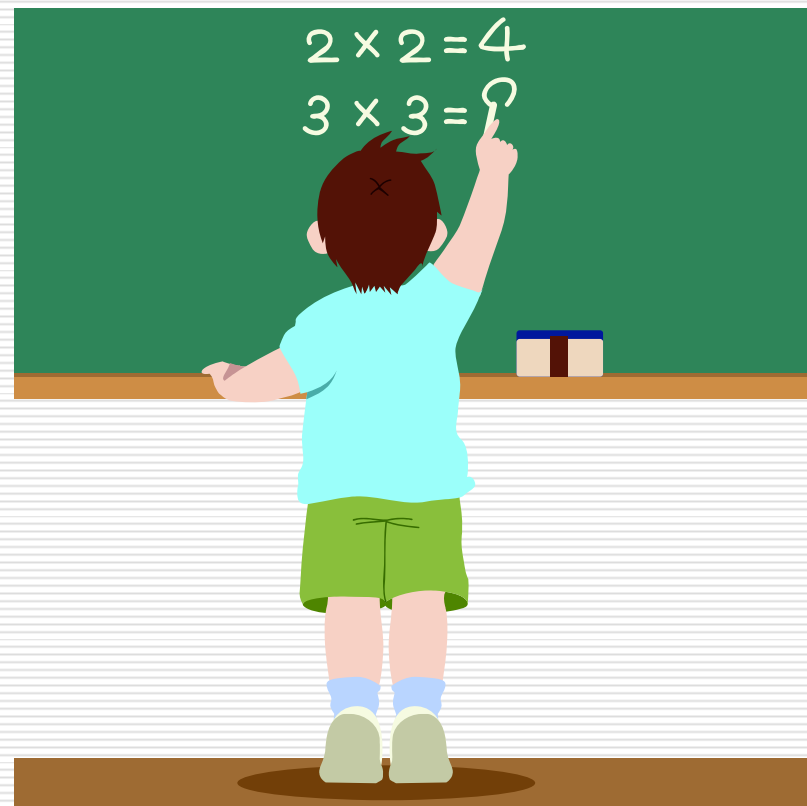
Abilità di calcolo e discalculia



Senago – 14 ottobre 2009

lorenzo caligaris - aid milano

- L'apprendimento:
il sistema dei numeri
e il sistema del
calcolo



Abilità aritmetiche di base: meccanismi di apprendimento

□ ***Sistema dei numeri***

compiti sottesi alla capacità di capire le quantità e le loro trasformazioni:

- *Comprendere* il significato dei numeri
- *Conoscere* il lessico dei numeri
- *Leggere e scrivere* i numeri

□ ***Sistema del calcolo***

compiti sottesi alla capacità di operare sui numeri attraverso operazioni aritmetiche:

- Utilizzare *strategie* di calcolo
- Conoscere le *routine procedurali* del calcolo
- Possedere *automatismi* di calcolo

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- Codificare semanticamente un numero equivale a rappresentare mentalmente la quantità che esso rappresenta e quindi a identificarne la posizione che esso assume all'interno della linea dei numeri.
- Si tratta di una rappresentazione concettuale che corrisponde al "significato" di un numero

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- La numerosità è una proprietà degli insiemi che permette:
 - sia *di discriminarli* (A è diverso da B perché la sua numerosità è diversa)
 - sia *di ordinarli* (A < B perché ha una numerosità minore di B).

- I bambini non solo nascono con la capacità di riconoscere numerosità distinte fino a un massimo di circa 4, ma distinguono i cambiamenti di numerosità provocati dall'aggiunta/sottrazione di oggetti, ossia possiedono "aspettative aritmetiche"

Contare

- Contare è fondamentale. Costituisce il primo collegamento tra la capacità innata del bambino di percepire le numerosità e le acquisizioni matematiche più avanzate della cultura nella quale è nato.
- Imparare la sequenza delle parole usate per contare è il primo modo con il quale i bambini connettono il loro concetto innato di numerosità con le prassi culturali della società in cui sono nati.

Principi del conteggio

□ ASSOCIAZIONE UNO A UNO

- Associare parole-numero a oggetti
- Separare gli oggetti contati da quelli da contare

□ ORDINE STABILE

- Utilizzare in modo stabile una sequenza di numerali

□ CARDINALITA'

- sapere che il numero di oggetti di un insieme corrisponde all'ultimo numerale utilizzato per contare quell'insieme

Comprensione del numero (meccanismi semantici)

- Comparazione
 - Giudizio di numerosità

- Seriazione
 - Riordino di sequenze numeriche

- Stima
 - Approssimazione numerica

Produzione del numero
(*meccanismi sintattici*)

Produzione del numero
(*meccanismi lessicali*)

I meccanismi sintattici regolano la relazione posizionale tra le cifre.

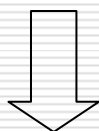
Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra

Nella codifica verbale di un numero ogni cifra assume un "nome" diverso a seconda della posizione che occupa.

Nei sistemi di comprensione e/o produzione dei numeri, i meccanismi lessicali hanno il compito di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero

Produzione del numero (meccanismi sintattici e lessicali)

- Dettato di numeri
- Lettura di numeri
- Trasformazione in cifre
 - da parole-numero a numerali
 - codifica sintattica del numero



Operazioni di transcodifica numerica

Errori del sistema dei numeri

- 9 è *minore di* 5
- Semantico
- 319 (scritto)
312 (letto)
- Lessicale
TRANSCODIFICA
- 1492 (dettato)
10004100902 (scritto)
- Sintattico
(lessicalizzazione)
TRANSCODIFICA
- 2006 (dettato)
2060 (scritto)
- Sintattico
TRANSCODIFICA

Sistema dei numeri

Regole semantiche

- Rappresentazione interna del numero
 - Giudizio di numerosità

Regole sintattiche

- Grammatica del numero
 - Valore posizionale delle cifre
 - Dettato di numeri

Regole lessicali

- Riconoscimento del nome del numero
 - Enumerazione
 - Lettura dei numeri
 - Dettato di numeri

Sistema di calcolo

- Conoscere le *routine procedurali* delle operazioni scritte
- Utilizzare *strategie* di calcolo mentale
- Possedere *automatismi* di calcolo

Procedure, strategie, automatismi

□ Calcolo

Il risultato dell'operazione
richiesta

è ottenuto

attraverso l'utilizzo

di procedure o strategie

□ Recupero

Il risultato dell'operazione
richiesta

è recuperato dalla memoria

Calcolo scritto, calcolo a mente

Recupero di fatti aritmetici

La tabellina è un calcolo?

La tabellina non è un calcolo. La tabellina è un automatismo

La verifica delle tabelline deve avvenire oralmente

La risposta del bambino deve essere rapida
(circa 5 secondi)

Se impiega più tempo, la sua risposta è il risultato di una procedura o di una strategia di calcolo.

Ciò significa che il bambino non ha automatizzato la tabellina richiesta

□ Fatti aritmetici moltiplicativi: i più semplici

□ 1.	3 x 3	0.81	100
□ 2.	6 x 6	0.84	97
□ 3.	2 x 2	0.88	100
□ 4.	5 x 5	1.05	100
□ 5.	4 x 2	1.06	100

□ Fatti aritmetici moltiplicativi: i più difficili

□ 1.	9×7	6.82	84
□ 2.	9×8	5.47	72
□ 3.	8×6	5.17	87
□ 4.	7×8	5.02	69
□ 5.	7×6	4.74	97

Procedure, strategie, automatismi

- Ai fatti aritmetici si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:
 - Tabelline
 - Calcoli semplici
 - Risultati memorizzati

Calcolo a mente

strategie di calcolo

L'uso di strategie costruttive del calcolo a mente consente di operare scomposizioni sui numeri per ottenere operazioni intermedie più semplici:

Proprietà delle operazioni

Strategia N10

scomposizione del secondo operatore:

$$32 + 25 = 57 \quad (32+20=52), \quad (52+5=57)$$

Calcolo a mente

“Il calcolo scritto è un paragrafo del calcolo mentale, e non il contrario.

Il calcolo scritto è un ripiego, una protesi costituita da carta e inchiostro per situazioni in cui la mente è in difficoltà per i suoi limiti di rappresentazione”.

“Il calcolo mentale è il superamento del conteggio”

Calcolo a mente

Il calcolo scritto è cieco.

Procediamo colonna per colonna fino alla definizione del risultato finale come se si trattasse sempre di unità.

Il calcolo scritto è la rinuncia alla visione strategica delle quantità.

Nel calcolo scritto applichiamo procedure, al contrario nel calcolo mentale ognuno è libero di inventarsi delle strategie.

Calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 1 \overset{1}{2} 5 + \\ 6 5 = \\ \hline 190 \end{array}$$

ROUTINE PROCEDURALI

elaborazione delle informazioni aritmetiche
incolonnamento
serialità SX ← DX

riporto

RECUPERO DI FATTI ARITMETICI

$5+5=10$; $2+1=3$; $3+6=9$; $1+0=1$

ALGORITMI DI CALCOLO

modello *min* (*counting on*)

modello *sum*

conteggio totale

Modelli di calcolo (problema $m+n$) (Groen, Parkman; 1972)

- Modello del conteggio totale

$$2 + 5 = 7$$

1, 2; 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

- Modello del conteggio a partire da un punto (*sum*)

$$2 + 5 = 7$$

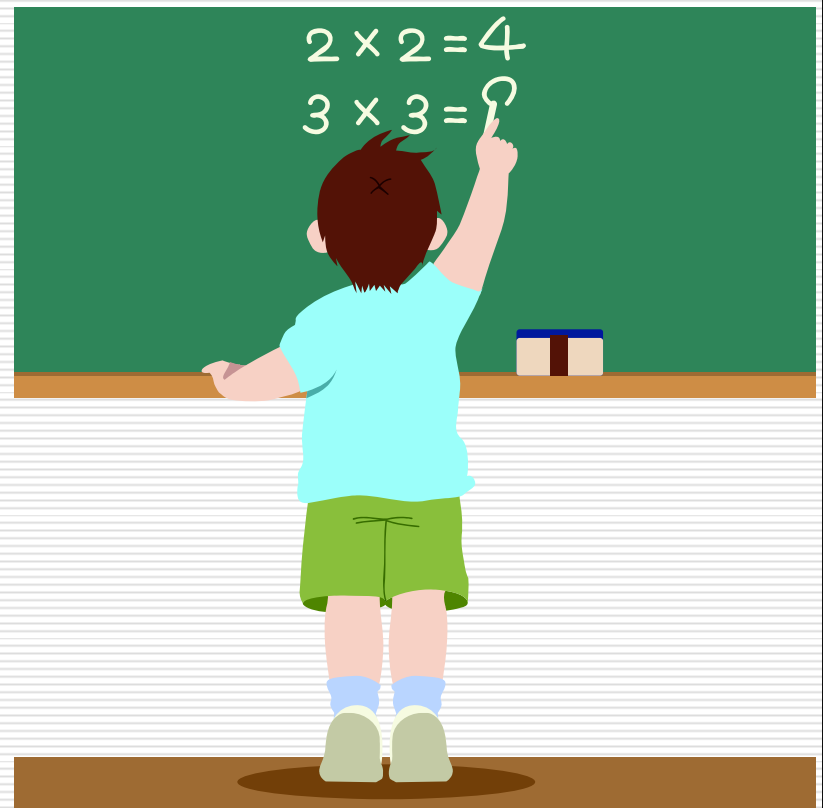
(2) 3, 4, 5, 6, 7

- Modello del minimo (*counting on*)

$$2 + 5 = 7$$

(5) 6, 7

- Il Disturbo specifico delle abilità aritmetiche



DISCALCULIA EVOLUTIVA

- “Disturbo delle abilità numeriche e aritmetiche che si manifesta in bambini di intelligenza normale, che non hanno subito danni neurologici.

Essa può presentarsi associata a dislessia, ma è possibile che ne sia dissociata”

(C. Temple; 1992)

- Età della diagnosi: fine della classe terza

Tipi di discalculia evolutiva:

□ Dislessia per le cifre

compromissione dei meccanismi lessicali, quelli sintattici risultano adeguati

(produzione di errori lessicali in compiti di lettura di numeri arabi e scrittura sotto dettatura)

Tipi di discalculia evolutiva:

□ **Discalculia procedurale**

difficoltà nell'acquisizione delle procedure di calcolo,
senza errori di processazione numerica
(errori di riporto, prestito, incolonnamento)

Tipi di discalculia evolutiva:

□ **Discalculia per i fatti aritmetici**

difficoltà nell'acquisizione dei fatti aritmetici
(tabelline, calcoli semplici)

Profili di discalculia evolutiva

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica:

- Subitizing
- Meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione
- Strategie di calcolo a mente

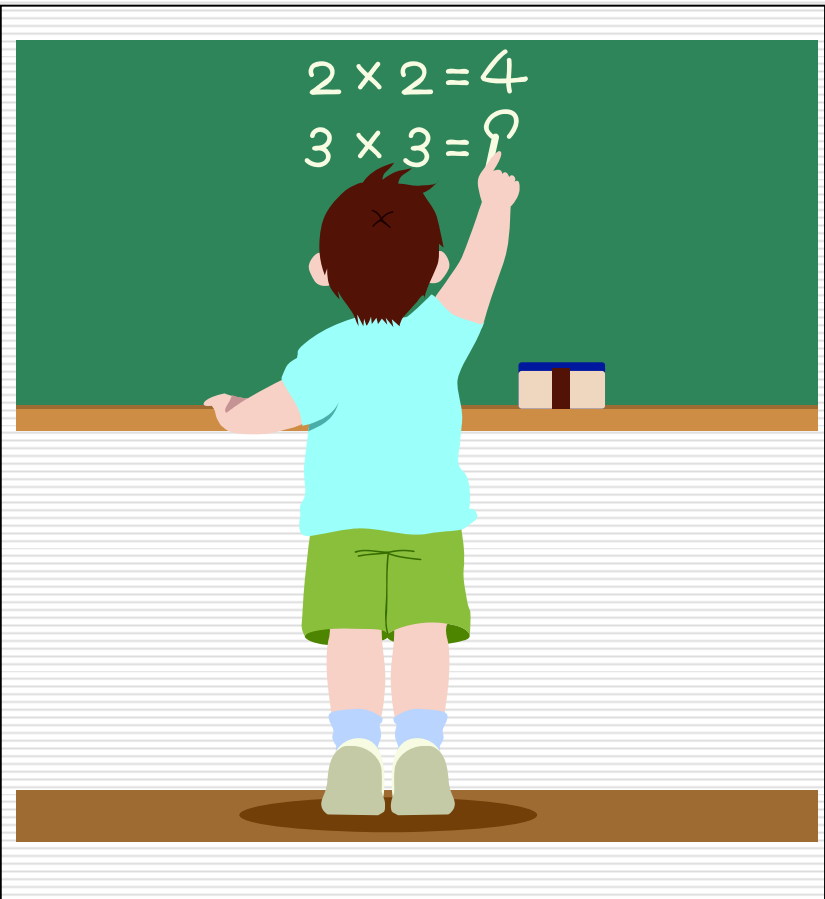
(Butterworth, 1999)

Compromissioni a livello procedurale e di calcolo:

- Lettura e scrittura dei numeri
- Incolonnamento
- Algoritmi del calcolo scritto
- Recupero dei fatti aritmetici

(Temple, 1991)

- ❑ Proposte didattiche e programmi di intervento
- ❑ Strumenti compensativi e misure dispensative



Definizione delle tavole pitagoriche personalizzate

$n \times 1$
 $n \times 10$

Tabellina del 2
Tabellina del 5

Tavola pitagorica personalizzata

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6			15					30
4	4	8			20					40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12			30					60
7	7	14			35					70
8	8	16			40					80
9	9	18			45					90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Strumenti compensativi: tavola pitagorica personalizzata
potenziamento

Con l'utilizzo di
due regole
e l'apprendimento di
due tabelline
si controlla il
64% dei nodi
della tavola pitagorica

Con la
memorizzazione
di
15 "incroci"
si controllano
28 nodi

Sequenza di presentazione delle tabelline (proposta)

1 – 10

5

2 – 4 – 8

3 – 6 – 9

Livelli di intervento

- Intervento didattico
 - Scelte metodologiche (es.: *didattica analogica*)

- Intervento di potenziamento
 - Percorsi operativi (es.: *intelligenza numerica*)

- Intervento compensativo-dispensativo
 - Strumenti di lavoro (es.: *tabella pitagorica*)

L'intelligenza numerica

(Lucangeli, Molin, Poli, de Candia; 2003)

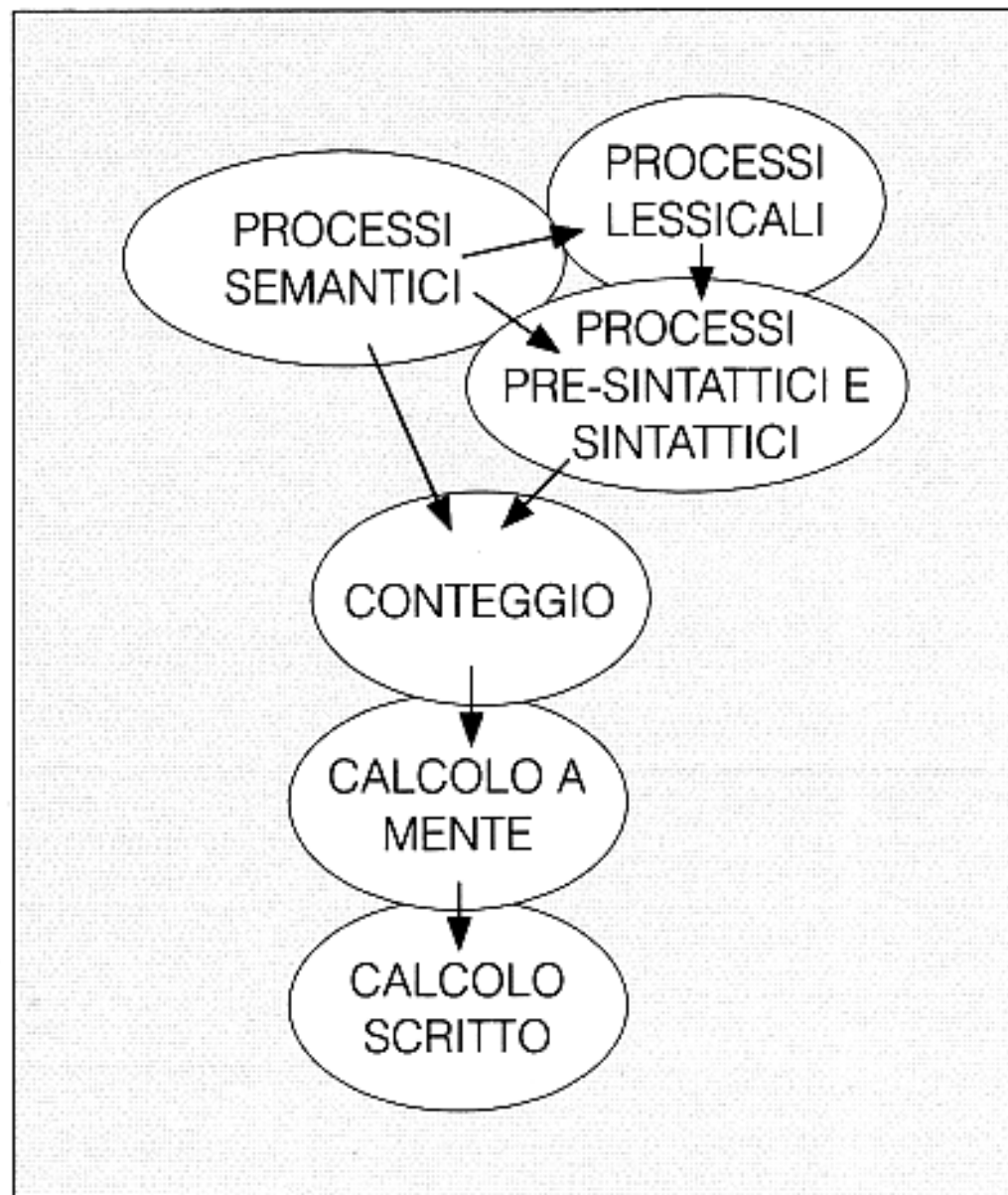


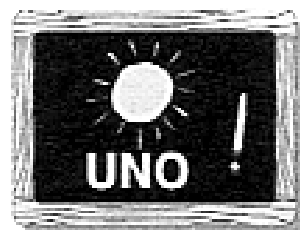
Fig. 2.1 Schema dei processi di sviluppo delle abilità di calcolo.

L'intelligenza numerica

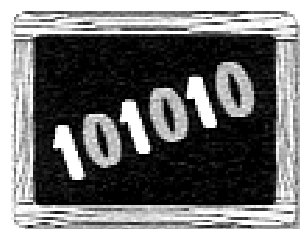
(Lucangeli, Molin, Poli, de Candia;
2003)



Processi lessicali



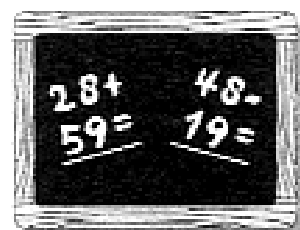
Processi semantici



Processi sintattici



Calcolo a mente



Calcolo scritto

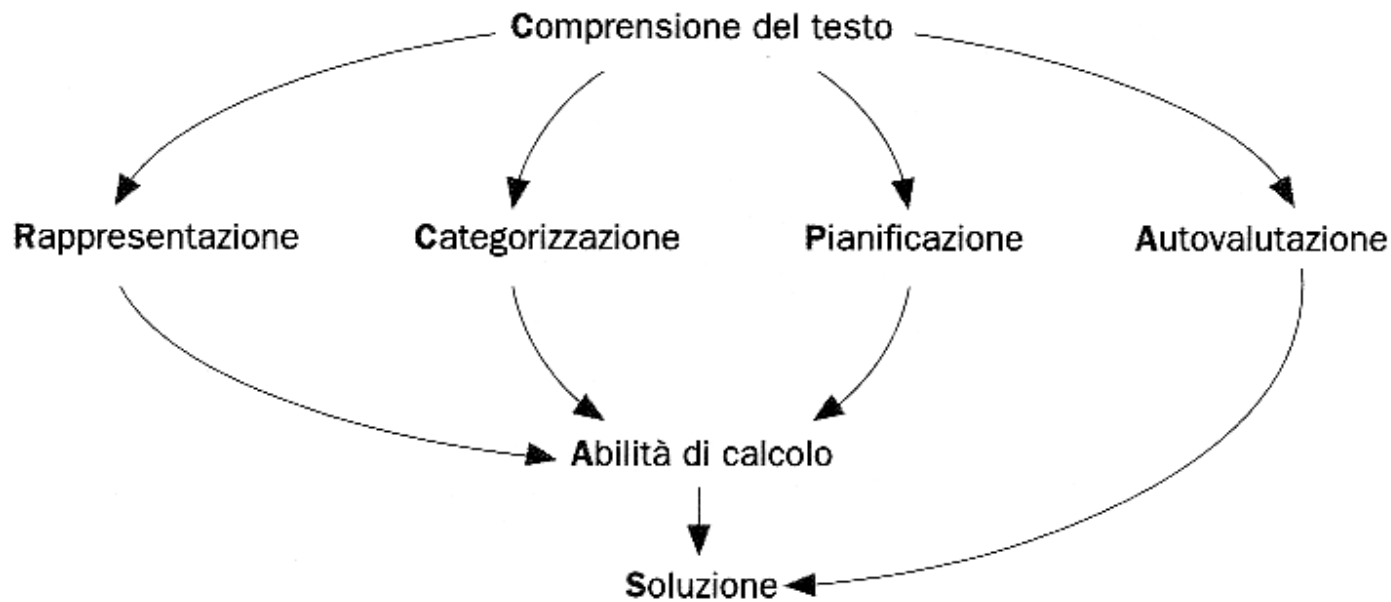
L'intelligenza numerica

(Lucangeli, Molin, Poli, de Candia; 2003)

- Il programma *carta e matita* "L'intelligenza numerica" è rivolto a bambini dai 3 agli 11 anni di età.
Può essere utilizzato anche per ragazzi della scuola media che presentano difficoltà nelle abilità di calcolo.
- Comprende esercizi relativi al sistema dei numeri e al sistema del calcolo.

Soluzione di problemi matematici

- Modello delle componenti dell'abilità di soluzione dei problemi matematici



Strumenti compensativi

Dislessia. Strumenti compensativi
(a cura dell'Associazione Italiana
Dislessia)

lorenzo cali

FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE



FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE

ABBREVIAZIONI

b = BASE

d = DIAMETRO

r = RAGGIO

l = LATO

h = ALTEZZA


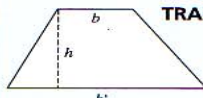
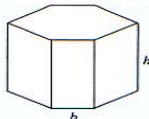
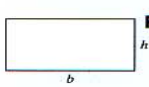

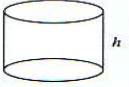
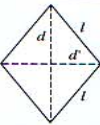
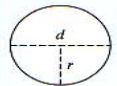

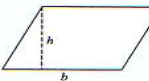


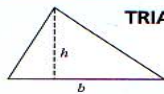
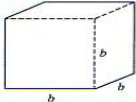

a = APOTEMA

c = CIRCONFERENZA

p = PERIMETRO

s = SUPERFICIE

π = NUMERO FISSO = 3,1416

 <p>QUADRATO</p> <p>Perimetro = $l \times 4$ Superficie = $l \times l \times l^2$</p>	 <p>TRAPEZIO</p> <p>Superficie = $\frac{b + b'}{2} \times h$</p>	 <p>PRISMA</p> <p>Superficie laterale = $b \times h \times 6$ Volume = s di base $\times h$</p>
 <p>RETTANGOLO</p> <p>Perimetro = $2b + 2h$ Superficie = $b \times h$</p>	 <p>POLIGONO REGOLARE</p> <p>Perimetro = $l \times n^\circ$ dei lati Superficie = $\frac{p \times a}{2}$</p>	 <p>CILINDRO</p> <p>Superficie totale = c di base $\times h$ Volume = s di base $\times h$</p>
 <p>ROMBO</p> <p>Perimetro = $l \times 4$ Superficie = $l \times h$</p>	 <p>CIRCOLO</p> <p>Circonferenza = $d \times \pi$ Superficie = $r^2 \times \pi$</p>	 <p>PIRAMIDE</p> <p>Superficie laterale = p di base $\times \frac{a}{2}$ Volume = s di base $\times \frac{h}{3}$</p>
 <p>ROMBOIDE</p> <p>Superficie = $b \times h$</p>	 <p>ELLISSE</p> <p>Superficie = $\left(\frac{a \times b}{2 \times 2}\right)$</p>	 <p>CONO</p> <p>Superficie laterale = c di base $\times \frac{a}{2}$ Volume = s di base $\times \frac{h}{3}$</p>
 <p>TRIANGOLO</p> <p>Superficie = $\frac{b \times h}{2}$</p>	 <p>CUBO (a facce uguali)</p> <p>Superficie = $b^2 \times 6$ Volume = $b \times b \times b = b^3$</p>	 <p>SFERA</p> <p>Superficie = $r^2 \times 4 \pi$ Volume = $r^3 \times 4,1888$ Volume = $\frac{4}{3} \pi \times r^3$</p>

La didattica analogica (Camillo Bortolato)

- La linea del 20
 - Classe prima
 - Attività di sostegno

Il metodo analogico (Camillo Bortolato)

Nella didattica analogica configuriamo la linea dei numeri come una serie di punti luminosi ciascuno dei quali conservando la sua posizione può essere acceso o spento.

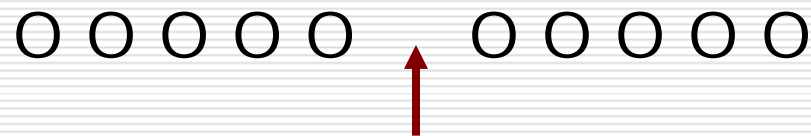
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Il metodo analogico (Camillo Bortolato)

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

La struttura corrisponde in tutto e per tutto alla conformazione delle nostre mani dalla quale è stata generata. Ad occhi chiusi con questi punti simuliamo le dita che si aprono e si chiudono come nel sistema binario. Se non ce la facciamo apriamo gli occhi e ritroviamo la struttura d'impianto.

Il metodo analogico (Camillo Bortolato)



Un piccolo scarto di simmetria.

In questo piccolo scarto di regolarità tra il cinque e il sei sta tutta la differenza tra una didattica capace di sviluppare il calcolo mentale e una didattica sempre condannata alla fase della conta.

Il metodo analogico (Camillo Bortolato)

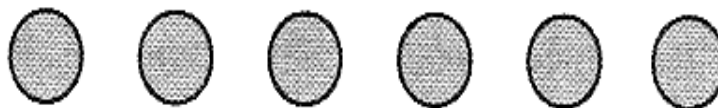


Se per la matematica è indifferente come sei mele siano disposte sul tavolo per continuare a essere sei, per la nostra mente è diverso.

Abbiamo bisogno di disporre i nostri oggetti mentali con un ordine prestabilito e stabile se vogliamo conservarli nella mente.



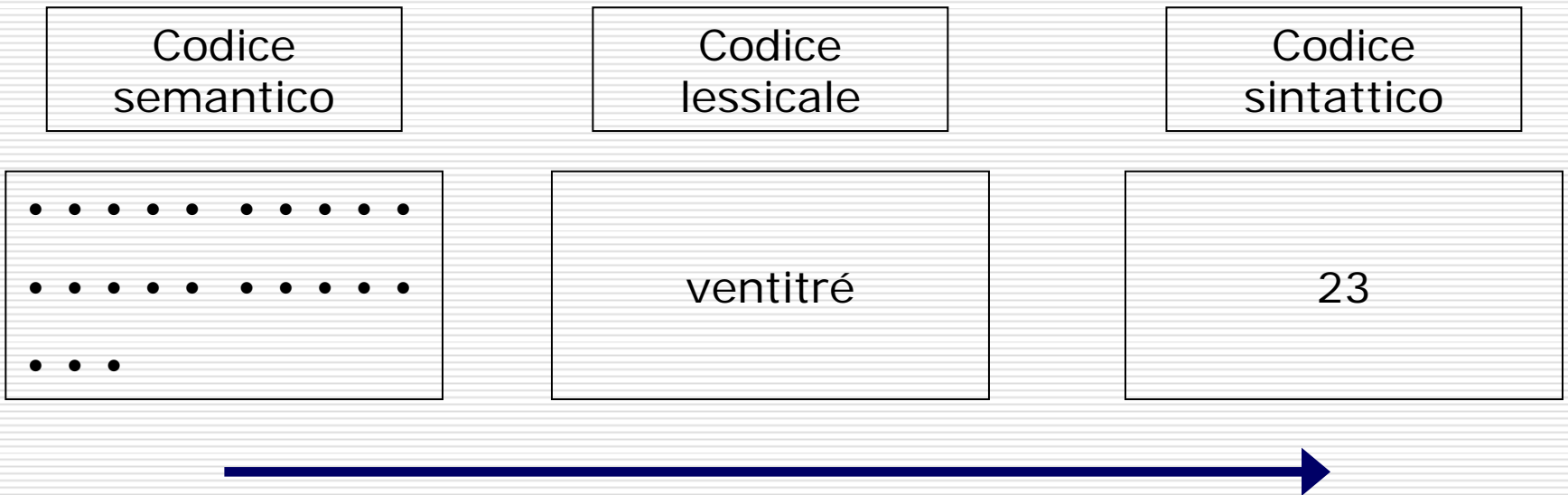
*Capisco che
sono 6 palline
se le conto.*



*Riconosco
immediatamente che
sono 6 palline!*



Il metodo analogico (Camillo Bortolato)



La preoccupazione per il valore posizionale delle cifre cede il posto alla considerazione del valore posizionale che ciascuna pallina occupa nello spazio della memoria

Bibliografia

- Lo sviluppo dell'intelligenza numerica
 - *(Lucangeli, Iannitti, Vettore) – Ed. Carocci*

- ACMT – valutazione delle abilità di calcolo
 - *(Lucangeli, Cornoldi, Bellina) – Ed. Erickson*

- L'intelligenza numerica (3 volumi)
 - *(Lucangeli, Poli, Molin, De Candia) – Ed. Erickson*

Bibliografia

- La linea del 20
 - *(Bortolato) – Ed. Erickson*

- La linea dei numeri
 - *(Bortolato) – Ed. Erickson*

- Calcolare a mente
 - *(Bortolato) – Ed. Erickson*

www.camillobortolato.it

Bibliografia

- La discalculia evolutiva
 - *(Biancardi, Mariani, Pieretti) – Ed. Angeli*

- Noi e i numeri
 - *(Girelli) – Ed. il Mulino*

DIFFICOLTA' IN MATEMATICA (rivista) – Ed. Erickson
(allegata alla rivista “Difficoltà di apprendimento”)